

A FÓRMULA ANDRADE. MATEMÁTICAS NA ESCALEIRA DE BONAVAL

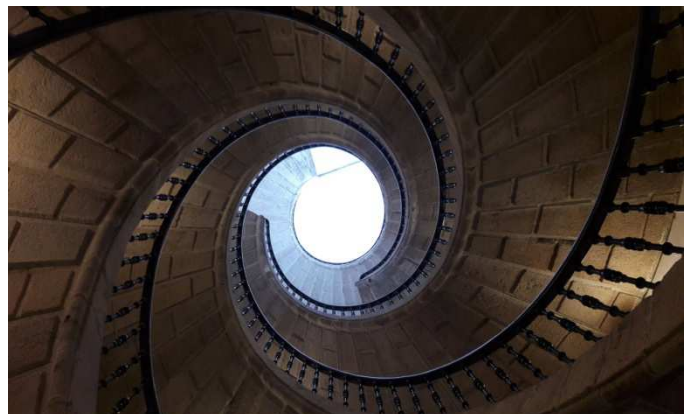
O convento de San Domingos de BonaVal contén unha xoia arquitectónica e xeométrica: a tripla escaleira de caracol deseñada no século XVII polo arquitecto Domingo de Andrade. Trátase en realidade de tres escaleiras independentes, de forma semellante, que conforman un conxunto espectacular e inusual, conseguindo unha solución fermosa e brillante para resolver o problema de optimizar o acceso a todos os niveis nun espazo tan reducido como o cilindro que contén as escaleiras.

Domingo de Andrade (Cee, 1639 – Santiago de Compostela, 12-11-1712) foi un célebre arquitecto galego. Estudou Artes na Facultade de Artes da Universidade de Santiago de Compostela entre 1654 e 1656 coa intención de facerse clérigo. Completou os seus estudos en Salamanca ou quizá en Alcalá de Henares, onde adquiriu o título de licenciado. Foi Aparellador Maior da Catedral e en 1676 foi nomeado Mestre de Obras. Casou con D^a Isabel Areas de Canosa pero, ao quedar viúvo en 1700, acabou ordenándose sacerdote e solicitando unha praza no cabido da catedral compostelá, da que era mestre maior desde 1672. Morreu en Santiago e foi sepultado na Catedral.

Dentro das súas obras arquitectónicas destacan:

- A Torre do Reloxo ou da Berenguela na Catedral de Santiago.
- Diversas portadas do convento de San Domingo, rematando o claustro e realizando a famosa tripla escaleira helicoidal.
- A Sancristía da catedral, convertida logo en capela do Pilar, rematada polo seu discípulo Casas Novoa.

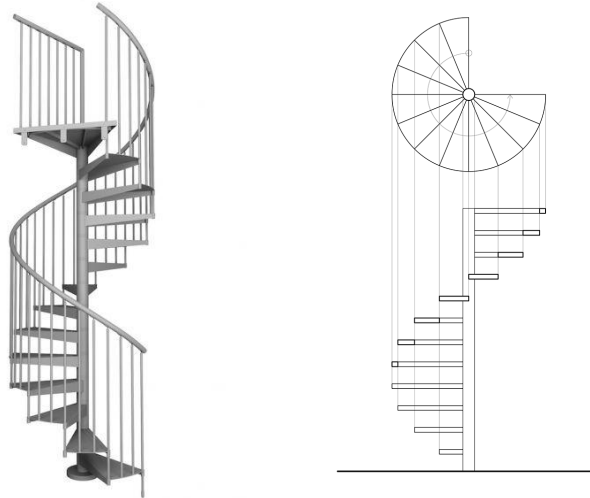
A ESCALEIRA DE BONAVAL. FORMA



As escaleiras que teñen esta forma coñécense comunmente como "de caracol", a pesar de que existe unha clara diferenza entre a curva que podemos observar nas cunchas destes moluscos e a que describen as escaleiras sobre os muros.

1. Como se chama a curva que se observa nas cunchas dos caracois? Que características comparte coa que describen as escaleiras? Cales son as principais diferenzas entre elas?

As escaleiras de caracol adoitan estar apoiadas nunha columna que coincide co eixe arredor do que xiran, tal e como se amosa na seguinte imaxe:

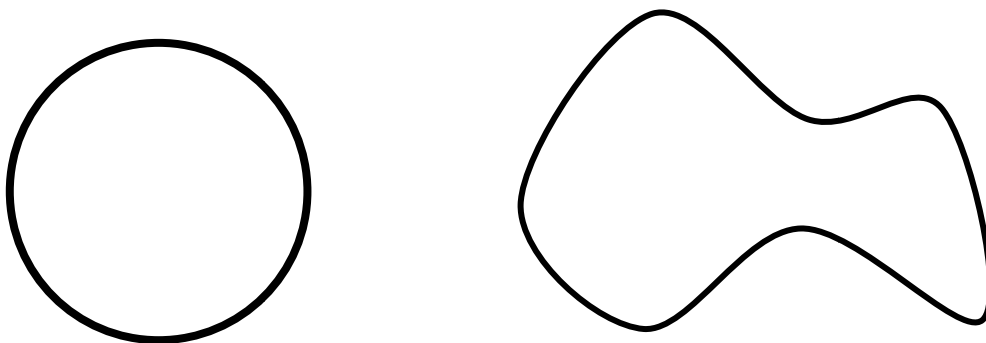


2. Observa as escaleiras de Bonaval e indica as diferenzas e as semellanzas coa que se amosa na imaxe. Onde están apoiadas as nosas escaleiras? Que vantaxes e inconvenientes pensas que ten esta característica?

HÉLICES. CURVATURA E OPTIMIZACIÓN

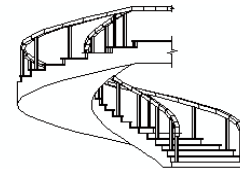
A elección da hélice como base para o deseño desta escaleira non é caprichosa, senón que obedece a dúas características matemáticas desta familia de curvas: teñen a curvatura constante e son as xeodésicas nun cilindro. De seguido explicamos a importancia de cada unha destas propiedades.

Para entender a idea de curvatura pensa que recorres unha curva nun coche que tes que dirixir, a curvatura cambia cada vez que moves o volante (a idea de curvas máis ou menos pechadas). Observa as seguintes curvas e contesta ás cuestións:

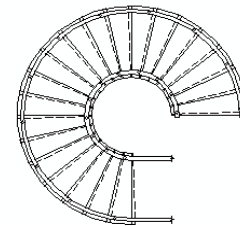


3. Cal das dúas curvas poderías percorrer sen mover o volante do coche? Por que? (Nese caso dise que a curva ten curvatura constante)
4. Poderías percorrer unha hélice (o pasamáns da escaleira) sen mover o volante?
5. Existen tres familias de curvas que teñen curvatura constante, investiga e atopa cales son.

O feito de que a escaleira teña a mesma curvatura en todo o seu percorrido non é algo irrelevante, pois supón que o xiro de cada chanzo é sempre o mesmo, posibilitando que todos eles teñan a mesma forma. Esta característica facilita moito a construción.

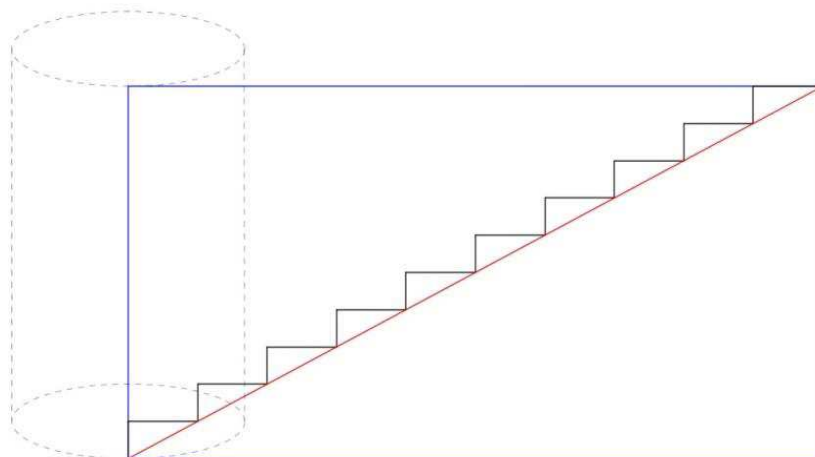


6. Cal é o ángulo que xira cada chanzo da escaleira? É o mesmo nas tres?
7. Cal é o xiro total de cada unha das tres escaleiras?



A segunda propiedade que nos interesa é a condición de xeodésica que ten esta curva. En matemáticas chamamos "xeodésica" á liña que une dous puntos dunha superficie empregando a menor distancia posible. Por exemplo, as liñas xeodésicas nun plano (pensa nun folio) son as liñas rectas.

Observa a seguinte imaxe e pensa no que lle pasa á diagonal do folio cando o enrolamos para construír un cilindro. En que tipo de curva se converterá?



Deste xeito comprobamos que a hélice é o camiño máis curto para chegar dun punto a outro nun cilindro, é dicir, non é posible construír unha escaleira que leve dunha porta a outra empregando unha distancia menor. Esta característica indica que Domingo de Andrade non só tiña en mente facer unha obra de arte, senón que ademais resolveu o problema do acceso aos diferentes pisos dunha maneira óptima desde o punto de vista matemático.

8. Calcula a distancia percorrida polos pasamáns de cada escaleira que están pegados á parede.
9. Calcula a distancia entre as diferentes portas que unen cada unha das escaleiras.
10. Cando a escaleira dá unha volta completa, que lonxitude leva percorrido o pasamáns da parede? A que altura estarías nese punto? Atopa a relación existente entre esas dúas medidas e a lonxitude da circunferencia da torre na que se atopa a escaleira.

SUPERFICIES E VOLUME

As propiedades anteriormente citadas permiten deducir que a forma de cada un dos chanzos e a mesma (salvo pequenas diferenzas case inapreciables, motivadas polo traballo dos canteiros). Neste capítulo analizaremos en detalle as formas e as dimensións deles e do conxunto.

11. Observa con detalle o conxunto da escaleira e clasifica, atendendo ao número de dimensións, na seguinte táboa as formas xeométricas que identifiques:

FORMAS UNIDIMENSIONAIS	FORMAS BIDIMENSIONAIS	FORMAS TRIDIMENSIONAIS

12. Analiza a forma de cada chanzo e calcula, de xeito aproximado, a superficie sobre a que podemos pisar nun deles. Cal sería a superficie total sobre a que se pode pisar en cada escaleira?

Unha das características máis sorprendentes desta tripla escaleira é o feito de que non conta con ningún apoio máis que o muro que a contén. Esta circunstancia é moito máis salientable se un pensa no que pode pesar unha construción como esta. Tentaremos facer unha aproximación deste valor.

13. O primeiro que terás que facer e calcular o volume de cada un dos chanzos. Fíxate na súa forma e busca algún corpo dos que estudaches que sexa semellante. Na escaleira III tes unha porta onde se ve o que entra cada chanzo na parede, deste xeito será máis doado calcular un valor próximo ao real.



14. Para calcular o peso deberás empregar o dato da densidade do granito, que é de $2,7 \text{ g/cm}^3$. Cal será o peso total das tres escaleiras? (Só temos en conta o peso dos chanzos, non das outras partes das mesmas).

Outra medida importante á hora de deseñar unha escaleira ou unha rampla é a pendente. Esta mide a relación entre o que subimos e o que avanzamos, polo que non depende só da altura de cada chanzo, senón tamén da súa profundidade, do que avanzamos. Nunha escaleira como esta, a profundidade dos chanzos é maior xunto á parede e moi pequena no outro extremo, polo que a pendente varía do exterior ao interior da mesma.

15. Tendo en conta as medidas obtidas en apartados anteriores, calcula a pendente dos pasamáns da escaleira, do exterior e do interior. Cal é maior? Será a pendente no medio das escaleiras igual á media das dos extremos? Comproba se esta hipótese é certa ou non.
16. Cal sería a pendente dunha escaleira recta que fose desde o centro da torre a unha das portas máis baixas?



XOGANDO COAS MATEMÁTICAS NA ESCALEIRA DE ANDRADE

Unha vez que coñeces ben todas as características deste fermoso elemento arquitectónico, querémosche propoñer unhas actividades para realizar xunto cos teus compañeiros.

17. Fíxate na primeira porta á que chega unha das escaleiras (a que prefiras). Tendo en conta que podes subir en cada paso un ou dous chanzos, calcula cantas formas posibles hai de chegar ata esa porta.
18. Nunha celebración queremos colocar unha alfombra sobre as escaleiras de xeito que cada chanzo estea cuberto cunha das cores do arco da vella. Cal sería a cor do último chanzo en cada unha das tres?
19. As escaleiras están dentro dun cilindro, e bordean outro cilindro. Cal é o radio do cilindro máis exterior? Cal é o radio do cilindro máis interior?
20. Os tres puntos desde os que arranca a parte interior de cada escaleira forman un triángulo. Calcula as súas dimensións, indicando que tipo de triángulo é.

